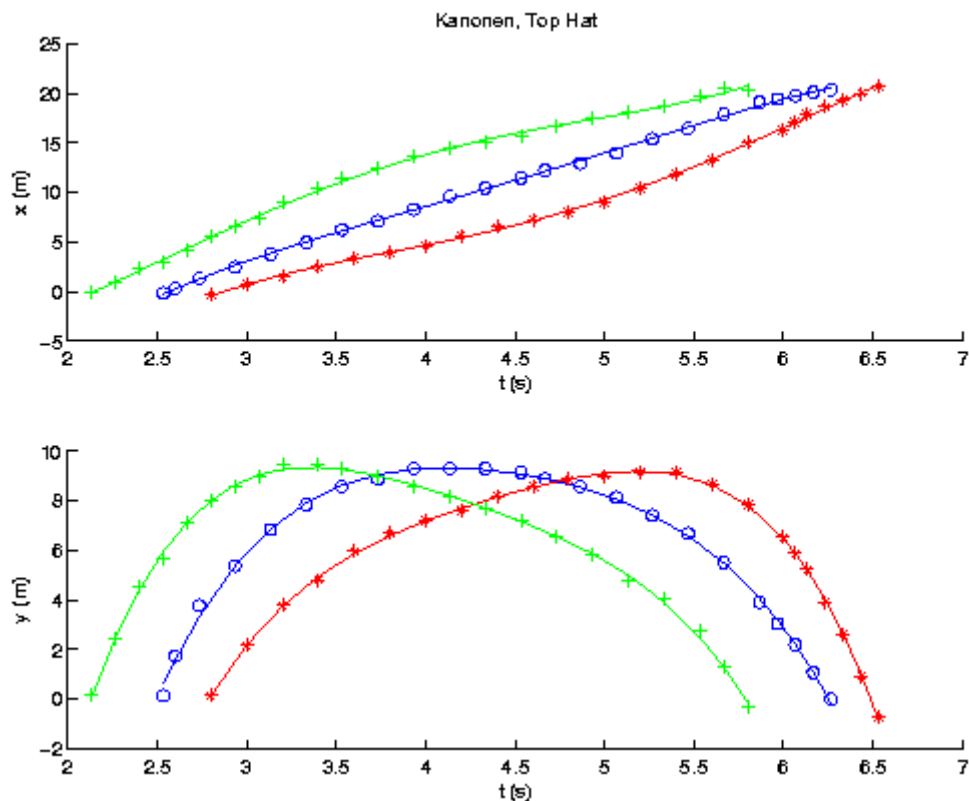




Figur 1: Ett tåg passerar högsta punkten i berg- och dalbanan Kanonen på Liseberg. Detta element i Kanonen kallas *Top Hat*.

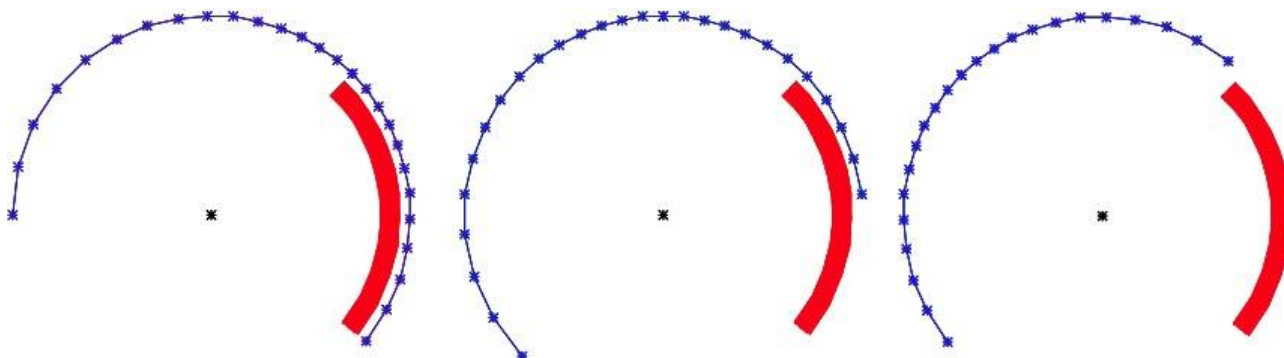
Fram, mitten eller bak - var ska man sitta?

Köerna till en berg- och dalbana är oftast längst till första och sista vagnen? Spelar det någon roll var man sitter? Den som sitter längst fram har naturligtvis bäst utsikt. Den som åker bak upplever ofta att man lyfter lite extra när man åker över ett krön. Kan det verkligen vara skillnad i de krafter man upplever? Alla åker ju i samma tåg och måste hela tiden ha samma fart oberoende av plats i tåget. Däremot är olika delar av tåget på olika delar av på spåret vid en viss tidpunkt. De kommer därför att åka över samma del av spåret med olika fart. När främre delen av tåget har nått högsta punkten, så kommer tåget att sakta in tills mitten av tåget har passerat högsta punkten, och sedan öka farten igen. Kroppen märker skillnaden, som också kan undersökas med mätningar och matematik.



Figur 2: Rörelse i horisontal och vertikalled för ett tåg som passerar högsta punkten i Kanonen (fig 1). Grafen längst till vänster svarar mot främre delen av tåget.

Ett sätt att undersöka hur upplevelsen skiljer sig mellan olika platser är att filma tågets passage över krönet och använda något program för videoanalys, t.ex. Logger Pro eller Tracker, och markera läget för en viss del av tåget på varje bild. Figur 2 visar resultatet av en sådan analys för ett tåg som passerar högsta punkten i Kanonon (Fig 1). Vi ser t.ex. att bara den som sitter i mitten av tåget har en nästan konstant hastighet i horisontalled. Figur 3 visar en simulering av motsvarande data för ett tåg som åker genom en cirkulär loop.



Figur 3: Rörelse för en person längst fram, i mitten och längst bak i ett tåg som åker över en cirkulär berg- och dalbane-loop. Kryssen i figuren markerar tidpunkter med konstant intervall. Att personen i mitten åker långsammast över toppen syns på att punkterna har kortast avstånd. Motsvarande bilder kan erhållas från en videofilm genom att markera läget för en viss vagn i varje tidpunkt.

Hur stor skillnad blir det mellan krafterna på olika platser?

Berg- och dalbanors loopar är inte cirkelformade, utan krökningsradien längst ned är betydligt större än högst upp för att undvika för stor belastning på kroppen i lägsta punkten. För att inte krafterna på kroppen skall ändras för plötsligt eftersträvas också en kontinuerlig förändring av radien. Detta kan åstadkommas på olika sätt. Vissa loopar är konstruerade så att man får en konstant centripetalacceleration genom hela eller större delen av loopen. Om centripetalaccelerationen är $3g$ kommer den som åker att känna sig dubbelt så tung som vanligt i högsta punkten. En liten skillnad mellan olika platser blir då inte så tydlig. Kanonens loop är en s.k. klotoid. En klotoid är en del av en Cornu-spiral (också kallad Euler-spiral) som har egenskapen att krökningsradien är omvänt proportionell mot sträckan från en startpunkt. Denna spiral kan fortsätta till högsta punkten, men matchas ofta till en cirkelbåge på ca 70° högst upp. Figur 4 ger exempel på hur en cirkel kan användas för att approximera loopens form. I Kanonen är farten högst upp sådan att man är nära tyngdlös i högsta punkten, dvs centripetalaccelerationen är lika stor som tyngdaccelerationen.

För simuleringen av tåget som visas i figur 3 är farten högst upp vald så att en person i mitten av tåget upplever tyngdlöshet. Skillnaden mellan olika delar av tåget beror på kvoten $2\alpha = L/R$, mellan tågets längd, L , och cirkelns radie, R där α blir vinkeln för cirkelbågen som approximerar tåget. För beräkningarna användes en tåglängd svarande mot en vinkel $2\alpha = 90^\circ$. Tågets läge i förhållande till högsta punkten kan anges med en vinkel θ .

Figur 4 visar tåget i Kanonens loop, med beteckningar införda. Masscentrum för en cirkelbåge ligger på ett avstånd $R \sin \alpha / \alpha$ från cirkelns centrum. När tågets mitt är i ett läge som svarar mot en vinkel θ från högsta punkten kommer masscentrum att vara på en höjd $R \cos \theta \sin \alpha / \alpha$. I högsta punkten är vinkeln $\theta = 0$. Masscentrum kommer därför att vara en sträcka $R (1 - \cos \theta) \sin \alpha / \alpha$ högre när mitten av tåget passerar högsta punkten än när främre (eller bakre) delen av tåget passerar.

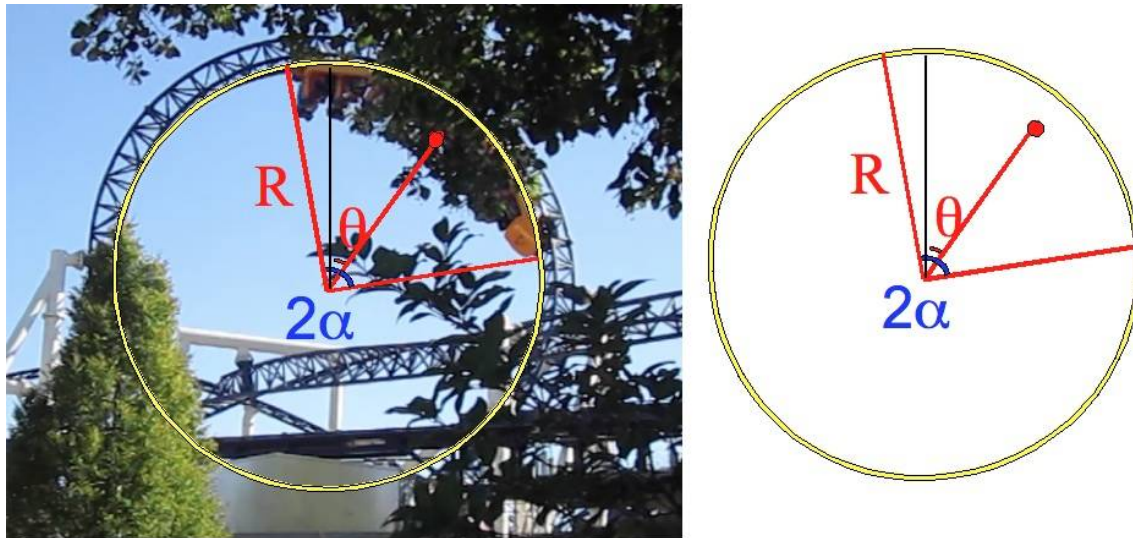
Höjdskillnaden, Δh , ger en skillnad i lägesenergi, som ger en motsvarande skillnad i kinetisk energi, vilket ger

$$\Delta v^2 = -2g \Delta h = 2g R (1 - \cos \alpha) \sin \alpha / \alpha$$

Detta leder i sin tur till en skillnad i centripetalacceleration

$$\Delta a_c = \Delta v^2 / R = 2g (1 - \cos \alpha) \sin \alpha / \alpha$$

Denna skillnader syns naturligtvis också i accelerometerdata från olika platser i tåget.



Figur 4. Ett tåg i Kanonens loop, approximerat med en cirkelbåge.

Det är värt att notera att skillnaden bara beror på vinkeln α , som i sin tur beror på kvoten mellan tågets längd och cirkelns krökningsradie. För en cirkelbåge som är ett kvarts varv blir skillnaden $0.5g$. Det innebär att om en person längst fram i tåget t.ex. trycks nedåt av sätet med en kraft $0.2mg$ i högsta punkten så kommer en person i mitten av tåget i stället att tryckas uppåt av byglarna med en kraft $0.2mg$.

Den som sitter längst fram i tåget kommer också att påverkas av en bakåtriktad kraft i högsta punkten, eftersom tågets fart minskar. På motsvarande sätt kommer en person längst bak i tåget att påverkas av en framåtriktad kraft i högsta punkten. Det är alltså bara i mitten av tåget det kan finnas möjlighet att uppleva tyngdlöshet! Om jag får möjlighet att välja plats för min första tur när Liseberg inviger sin nya berg- och dalbana Helix 26 april 2014 kommer jag att sitta i mitten, för att få de längsta upplevelserna av "Air time".

Artikeln "Student investigations of the forces in a roller coaster loop" i Eur. J. Phys. 34 1379 (2013) presenterar en mer utförlig analys av krafter i cirkulära loopar och hur man kan arbeta med dem i undervisningen. Se också tivoli.fysik.org

Ann-Marie.Pendrill@fysik.lu.se,
Föreståndare Nationellt resurscentrum för fysik, som tycker om att vara upp- och ned i berg- och dalbanor.

